

(19)



**Евразийское  
патентное  
ведомство**

(11) **048352**

(13) **B1**

(12) **ОПИСАНИЕ ИЗОБРЕТЕНИЯ К ЕВРАЗИЙСКОМУ ПАТЕНТУ**

(45) Дата публикации и выдачи патента  
**2024.11.22**

(21) Номер заявки  
**202393213**

(22) Дата подачи заявки  
**2023.12.13**

(51) Int. Cl. **G06F 17/16** (2006.01)  
**G06N 3/08** (2023.01)  
**G06Q 10/063** (2023.01)

---

(54) **СИСТЕМА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕКТА И СПОСОБ ЕЁ РАБОТЫ**

---

(43) **2024.11.20**

(96) **2023000209 (RU) 2023.12.13**

(71)(73) Заявитель и патентовладелец:  
**АВТОНОМНАЯ  
НЕКОММЕРЧЕСКАЯ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ  
ОРГАНИЗАЦИЯ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ "СКОЛКОВСКИЙ  
ИНСТИТУТ НАУКИ И  
ТЕХНОЛОГИЙ" (RU)**

(56) RU-C2-2643250  
RU-U1-132868  
BY-C1-10963  
RU-C1-2722525  
SU-A1-1624708

(72) Изобретатель:  
**Батшева Анастасия Васильевна,  
Чертков Андрей Владимирович,  
Рыжак Глеб Владимирович,  
Оселедец Иван Валерьевич (RU)**

(74) Представитель:  
**Ананьева А.Ю. (RU)**

---

(57) Изобретение относится к области технологий обработки данных. Более конкретно, изобретение относится к системе для определения оптимальных параметров объекта и способу её работы. Технический результат, достигаемый изобретением, заключается в повышении точности настройки технического объекта. Технический результат достигается благодаря созданию способа, в ходе которого выполняется оптимизация функции от набора переменных, характеризующей функционирование объекта, определяемое набором параметров. Способ предлагает итеративное уточнение функции ожидания на оптимум, заданной случайно в форме разложения тензорного поезда в виде трёхмерных массивов в количестве, соответствующем количеству переменных, причём параметрами разложения тензорного поезда являются элементы трёхмерных массивов. В ходе уточнения функции ожидания на оптимум случайным образом с вероятностью, пропорциональной текущим значениям функции ожидания на оптимум, предлагаются K наборов значений переменных, из которых отбирается k наборов значений, для которых значение функции, характеризующей функционирование объекта, наиболее оптимально. Функция ожидания на оптимум уточняется путём изменения параметров разложения тензорного поезда, повышающего вероятность последующего предложения отобранных k наборов значений переменных и близких к ним наборов.

---

**B1**

**048352**

**048352**

**B1**

### Область техники, к которой относится изобретение

Изобретение относится к области технологий обработки данных. Более конкретно, изобретение относится к системе для определения оптимальных параметров объекта и способу её работы.

#### Уровень техники

Ряд практических задач по настройке технических объектов предполагает сообщение объекту конечного количества запросов, содержащих значения параметров объекта, приём результата работы системы и нахождение наиболее оптимального режима функционирования технического объекта, определяемого соответствующим набором значений параметров объекта. Для определения такого режима используются методы, включающие в себя оптимизацию функции типа "чёрный ящик", в которой переменным соответствуют параметры технического объекта, а значение функции характеризует функционирование технического объекта. Задачей в данном случае является нахождение значения переменных функции, соответствующих значениям параметров объекта, при которых значение функции будет наиболее предпочтительным.

Известные системы по обработке данных для помянутых целей включают в себя носитель данных об объекте, блок определения значений функции, блок предложения значений переменных (параметров) и блок оптимизации.

Носитель данных об объекте выполнен с возможностью обеспечения выходных данных об объекте на основе заданных значений входных параметров. Блок определения значений функции выполнен с возможностью определения значения функции на основании значений переменных, заданных блоком предложения значений переменных. Блок сравнения выполнен с возможностью сравнения определённых значений функции и нахождения наиболее оптимальных из сравниваемых значений функции. Блок предложения значений параметров выполнен с возможностью задания входных параметров (наборов переменных) и передачи их носителю данных об объекте и блоку определения значений функции. Блок предложения значений параметров также передаёт значения задаваемых параметров блоку оптимизации. Блок сравнения выполнен с возможностью выбора наиболее предпочтительных значений параметров на основе соответствующих им значений функции. В качестве блоков здесь выступают электронно-вычислительные машины, выполненные с возможностью осуществлять соответствующие функции, для этого они содержат машиноисполняемые инструкции, которые при их выполнении заставляют каждую из электронно-вычислительных машин выполнять соответствующую задачу.

Эффективность работы данной системы зависит от метода, с помощью которого блок предложения значений параметров выбирает наборы значений параметров, являющиеся кандидатами на оптимум. Это влияет как на скорость нахождения оптимальных параметров модели (количество необходимых итераций и вычислительная сложность), так и на точность их определения. В данном описании будут рассматриваться только безградиентные методы, так как градиентные методы не могут применяться для дискретных функций. Известно множество безградиентных методов оптимизации, решающих данную задачу. Среди наиболее популярных и зарекомендовавших себя можно выделить методы безградиентной дискретной оптимизации, входящие в библиотеку nevergrad. Системы и способы, использующие некоторые из этих методов, являются аналогами раскрытого изобретения.

Метод OnePlusOne (далее - OPO или One+One). Метод OPO реализован в программном продукте nevergrad [<https://github.com/facebookresearch/nevergrad>, время обращения 13.09.2023] и основан на простом стохастическом подходе с использованием на каждом шаге случайного изменения текущего кандидата (набора значений параметров) на оптимум, при этом в среднем на каждом шаге изменяется только один индекс многомерного мульти-индекса (набора значений многомерной дискретной переменной).

Метод Particle Swarm Optimization (далее - PSO), известный первоначально из публикации [Kennedy, J. and Eberhart, R., 1995, November. Particle swarm optimization. In Proceedings of ICNN'95-international conference on neural networks (№ 4, стр. 1942-1948). IEEE.]. В основе этого метода лежит идея контролируемого перемещения набора кандидатов на оптимум (роя частиц) по области определения функции. На каждом шаге работы алгоритма смещение каждой из частиц в рое определяется ее скоростью, которая вычисляется с учетом расстояния частицы от текущего найденного лучшего решения данной частицей и всем роем в совокупности. Данный метод является эвристическим, при этом в качестве обоснования его эффективности обычно полагают достигаемый в методе удачный баланс между исследовательским и эксплуатационным поведением (exploration-exploitation dilemma).

Метод Noisy Bandit (далее - NB). Метод NB основан на простом подходе, связанном с оценкой верхней доверительной границы и реализован в продукте nevergrad [<https://github.com/facebookresearch/nevergrad>, время обращения 13.09.2023].

Метод Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation (далее - SPSA) известен из публикации [Spall, J.C., 1992. Multivariate stochastic approximation using a simultaneous perturbation gradient approximation. IEEE transactions on automatic control, 37(3), стр. 332-341.]. В основе метода SPSA лежит классическая формула градиентного спуска, при этом для приближенного вычисления градиента целевой функции на каждом шаге работы алгоритма применяется лишь одно дополнительное вычисление целевой функции в случайно смещенной на небольшую величину точке относительно текущей. Данный метод оказывается значительно более экономным по числу запросов к оптимизируемой функции, чем многие

другие подходы, использующие конечные разности для оценки градиента (в этом случае количество требуемых дополнительных вычислений целевой функции совпадает с ее размерностью).

Метод Portfolio, основанный на комбинации методов Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy (далее - CMA-ES) и Differential Evolution (далее - DE). В основе метода CMA-ES, предложенного в публикации [Hansen, N. and Ostermeier, A., 2001. Completely derandomized self-adaptation in evolution strategies. *Evolutionary computation*, 9(2), стр.159-195], лежит семплирование (семплирование здесь - это случайный отбор кандидата с вероятностью, определяемой текущим распределением вероятностей) набора кандидатов на оптимум из нормального распределения с последующим обновлением параметров распределения (среднего значения и матрицы ковариации) на основе вычисленных для кандидатов значений целевой функции, при этом среднее значение и элементы матрицы ковариации изменяются так, чтобы вероятность семплирования текущего лучшего решения повысилась. Метод DE, предложенный в публикации [Storn, R. and Price, K., 1997. Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of global optimization*, 11, pp.341-359], основан на эвристической эволюции набора кандидатов на оптимум (популяция агентов). На каждом шаге работы алгоритма для каждого из агентов случайным образом отбирается три других агента, и с учетом расположения этих трех агентов в области определения функции формируется новый кандидат по определенной формуле. Если новый кандидат соответствует лучшему значению целевой функции, чем рассматриваемый агент, то новый кандидат заменяет в популяции рассматриваемого агента.

Метод Portfolio по своей структуре схож с методом, применяемым в раскрытом изобретении, и в ходе экспериментов показал себя наиболее эффективно из представленных аналогов. В этой связи системы и способы, использующие метод Portfolio, были приняты в качестве ближайшего аналога раскрытого изобретения.

Недостатком как метода Portfolio, так и других упомянутых методов является недостаточная точность определения данных об объекте на широком круге задач. Сравнение точности работы аналогов и предложенной системы и способа будет представлено ниже.

#### **Раскрытие изобретения**

Задача, стоявшая перед разработчиками раскрытого изобретения, заключалась в повышении точности определения предпочтительных значений параметров (настройки) технического объекта.

В первом аспекте изобретения поставленная задача была решена путём создания системы определения оптимальных параметров технического объекта, функционирование которого может быть определено функцией от набора заданного количества дискретных переменных в известном множестве, при этом экстремум функции характеризует оптимальное функционирование объекта. При этом система выполнена с возможностью задания количества предлагаемых наборов значений переменных, задания количества отбираемых наборов значений переменных, причём количество предлагаемых наборов значений переменных меньше количества возможных наборов значений переменных и больше количества отбираемых наборов значений переменных, а также с возможностями задания критерия останова, задания функции ожидания на оптимум случайным образом в форме разложения тензорного поезда в виде трёхмерных массивов в количестве, соответствующем количеству дискретных переменных, причём параметрами разложения тензорного поезда являются элементы трёхмерных массивов.

При этом система включает в себя

носитель функции ожидания на оптимум функции, выполненный с возможностью хранения функции ожидания на оптимум в форме разложения тензорного поезда в виде трёхмерных массивов в количестве, соответствующем количеству дискретных переменных, причём параметрами разложения тензорного поезда являются элементы трёхмерных массивов;

блок предложения наборов значений переменных, выполненный с возможностью до выполнения заданного критерия останова итеративно предлагать заданное количество предлагаемых наборов значений переменных случайным образом с вероятностью, пропорциональной соответствующим значениям функции ожидания на оптимум, а также с возможностью последовательной передачи предлагаемых наборов значений переменных на блок определения значений функции;

блок определения значений функции, выполненный с возможностью определения значений функции для предложенных наборов значений переменных, а также с возможностью передачи определённых значений функции для каждого из предложенных наборов значений переменных блоку сравнения значений функции;

блок сравнения, выполненный с возможностью отбора из предлагаемых наборов значений переменных заданного количества отбираемых наборов значений переменных, от которых значение функции наиболее оптимально, а также с возможностью передачи данных об отобранных наборах значений переменных блоку уточнения функции ожидания;

блок уточнения функции ожидания, выполненный с возможностью уточнения параметров разложения тензорного поезда функции ожидания на оптимум с использованием метода градиентного подъёма таким образом, чтобы значения функции ожидания на оптимум для отобранных значений переменных повысились.

Во втором аспекте настоящего изобретения поставленная задача была решена за счёт создания ком-

пьютерно-реализуемого способа определения оптимальных параметров технического объекта, функционирование которого может быть определено функцией от заданного количества дискретных переменных, принимающих значения в известном множестве, включающего в себя этапы, на которых

обеспечивается функция от набора заданного количества дискретных переменных, принимающих значения в известном множестве, которая характеризует данные о функционировании объекта, при этом экстремум функции характеризует оптимальное функционирование объекта;

случайным образом задаётся функция ожидания на оптимум в форме разложения тензорного поезда в виде трёхмерных массивов в количестве, соответствующем количеству дискретных переменных, причём параметрами разложения тензорного поезда являются элементы трёхмерных массивов;

задаётся количество предлагаемых наборов значений переменных и количество отбираемых наборов значений переменных, причём количество предлагаемых наборов значений переменных меньше количества возможных наборов значений переменных и больше количества отбираемых наборов значений переменных;

задаётся критерий останова;

до выполнения заданного критерия останова итеративно выполняется этап уточнения функции ожидания на оптимум;

определяются оптимальные значения переменных и соответствующие им параметры технического объекта;

при этом этап уточнения ожидания на оптимум включает в себя следующие действия

случайным образом с вероятностью, пропорциональной соответствующим значениям функции ожидания на оптимум, предлагается заданное количество предлагаемых наборов значений переменных;

определяются значения функции для предложенных наборов значений переменных;

на основе определённых значений функции из предложенных наборов значений переменных отбирается заданное количество отбираемых значений переменных, значения функции от которых наиболее оптимальны;

параметры разложения тензорного поезда функции ожидания на оптимум уточняются с использованием метода градиентного подъёма таким образом, чтобы значения функции ожидания на оптимум для отобранных наборов значений переменных повысились.

Технический результат, достигаемый раскрытым изобретением, заключается в повышении точности настройки технического объекта.

Далее в настоящем описании раскрытое изобретение будет описано более детально со ссылкой на конкретные варианты осуществления и прилагаемые фигуры чертежей.

#### Краткое описание чертежей

Фиг. 1 - функциональная схема системы в соответствии с раскрытым изобретением.

Фиг. 2 - общая блок-схема способа в соответствии с раскрытым изобретением.

Фиг. 3 - блок-схема итерации уточнения функции ожидания на оптимум.

Фиг. 4 - относительная ошибка оптимизации применительно к Р-14 методу при различных количествах К предлагаемых наборов значений переменных и количествах к отбираемых наборов значений переменных. Зелёная линия с квадратами - график при К=50. Синяя линия со звёздами - график при К=100. Оранжевая линия с ромбами - график при К=150. Салатовая линия с кругами - график при К=200. Фиолетовая линия с пятиугольниками - график при К=250.

Фиг. 5 - результаты сравнения раскрытого изобретения с аналогами, использующими другие безградиентные методы оптимизации.

Варианты осуществления изобретения.

Раскрытое изобретение относится к системе и компьютерно-реализуемому способу для определения оптимальных параметров технического объекта, функционирование которого может быть охарактеризовано функцией от заданного количества дискретных переменных. К таким объектам может быть отнесено оборудование и технологические комплексы, функционирование которых определяется некоторым множеством параметров настроек (переменные функции, характеризующей функционирование технического объекта), а предпочтительный характер или результат функционирования технического объекта соответствует некоторому предпочтительному значению функции объекта. Раскрытый способ может использоваться, например, для обучения автоматизированных робототехнических систем, нахождения оптимальных параметров лазерных установок, подбора параметров функционирования химических реакторов.

Задача нахождения экстремума функции может сводиться к нахождению набора значений переменных  $x_{min}$ , для которых значение функции  $f(x)$  является минимальным (или оптимальным):

$$x_{min} = \min_x f(x)$$

В настоящем описании для простоты используются термины "минимизация и оптимизация, однако для специалиста в области техники очевидно, что целевое значение функции может быть любым (минимальным или максимальным) в зависимости от характера задачи.

При этом  $x$  состоит из известного числа  $d$  переменных

$$\mathbf{x} = [n_1, n_2, \dots, n_d],$$

каждая  $n_i$  принимает значения из известного множества. Для простоты можно представить, что это множество натуральных чисел:

$$n_i \in \{1, 2, \dots, N_i\}.$$

Однако в других вариантах осуществления это множество может быть любым другим. При этом количество возможных дискретных значений каждой из переменных  $n_i$  известно:  $N_1, N_2, \dots, N_d$ .

Компьютерно-реализуемый способ в соответствии с раскрытым изобретением включает в себя этап, на котором обеспечивается (100) функция от заданного количества дискретных переменных в известном множестве значений переменных. При этом значения переменных характеризуют значения параметров объекта, значение функции характеризует данные о процессе и результате функционирования объекта, а экстремум функции характеризует наиболее предпочтительное функционирование объекта. В большинстве вариантов осуществления изобретения такая функция не задана в явной аналитической форме, а обеспечивается в виде процесса и результата функционирования технического объекта, определяемых применяемыми к техническому объекту наборов значений параметров (соответствующих переменным).

Так, функция  $f(\mathbf{x})$  от заданного количества  $d$  дискретных переменных

$$\mathbf{x} = [n_1, n_2, \dots, n_d],$$

которые могут принимать значения из известного множества

$$n_i \in \{1, 2, \dots, N_i\},$$

может быть представлена в виде неявно заданного  $d$ -мерного тензора:

$$\mathcal{Y} \in \mathbb{R}^{N_1 \times N_2 \times \dots \times N_d}$$

$$\mathcal{Y}[n_1, n_2, \dots, n_d] = f(\mathbf{x})$$

В настоящем описании под тензором следует понимать многомерную таблицу или многомерный массив.

В некоторых вариантах осуществления функционирование объекта может характеризоваться функцией от переменных, не являющихся дискретными. В таких вариантах осуществления этап обеспечения (100) функции от заданного количества дискретных переменных включает в себя выполнение дискретизации функции. В предпочтительном варианте осуществления изобретения обеспечение (100) функции осуществляется по мере выполнения способа путём определения её значений для предлагаемых наборов значений переменных. При этом данный способ предполагает определение значений функции только для части возможных значений наборов переменных.

В соответствии с раскрытым изобретением способ включает в себя этап, на котором задаётся (200) функция ожидания на оптимум в форме разложения тензорного произведения в виде трёхмерных массивов в количестве, соответствующем количеству дискретных переменных, причём параметрами разложения тензорного произведения являются элементы трёхмерных массивов (Tensor-Train Decomposition, Oseledets I., SIAM Journal on Scientific Computing, (2011), 2295-2317, 33(5), 10.1137/090752286).

Говорится, что  $d$ -мерный тензор

$$\mathcal{P} \in \mathbb{R}^{N_1 \times N_2 \times \dots \times N_d}$$

задан в форме разложения тензорного произведения, когда его элементы представлены следующей формулой:

$$\mathcal{P}[n_1, n_2, \dots, n_d] = \sum_{r_1=1}^{R_1} \sum_{r_2=1}^{R_2} \dots \sum_{r_{d-1}=1}^{R_{d-1}} \mathcal{G}_1[1, n_1, r_1] \mathcal{G}_2[r_1, n_2, r_2] \dots \mathcal{G}_d[r_{d-1}, n_d, 1]$$

Где  $(n_1, n_2, \dots, n_d)$  - это мультииндекс ( $n_i=1, 2, \dots, N_i$  для  $i=1, 2, \dots, d$ ), целые числа  $R_0, R_1, \dots, R_d$ , с условием, что  $R_0=R_d=1$  именуются рангами тензорного произведения (или ТТ-ранг), а трёхмерные тензоры

$$\mathcal{G}_i \in \mathbb{R}^{R_{i-1} \times N_i \times R_i} \quad (i = 1, 2, \dots, d)$$

иногда называются ядрами тензорного произведения.

Разложение тензорного произведения (или ТТ-разложение) позволяет представить тензор или дискретизированную многомерную функцию в компактной и наглядной малопараметрической форме, которая линейна по размерности  $d$ , т.е. имеет менее  $d \cdot \max_{i=1, \dots, d} (N_i R_i^2) \sim d \cdot \bar{N} \cdot \bar{R}^2$  параметров, где  $\bar{N}$  и  $\bar{R}$  - это эффективный ("средний") размер моды и ТТ-ранг соответственно. Под размером моды здесь понимается количество возможных значений переменной.

В ходе выполнения предложенного метода оценивается вероятность нахождения оптимума функции при значениях переменных, соответствующих элементам тензора. Это выполняется путём итеративного уточнения (500) функции ожидания на оптимум в виде тензорного произведения, форма которого соответствует форме задания функции, характеризующей данные о функционировании объекта. Иными слова-

ми, функция ожидания на оптимум задаётся в виде тензорного поезда вида

$$\mathcal{P}_\theta \in \mathbb{R}^{N_1 \times N_2 \times \dots \times N_d}$$

В некоторых вариантах осуществления изобретения параметры тензорного поезда функции ожидания на оптимум могут задаваться так, чтобы значения функции ожидания на оптимум для всех наборов значений параметров были равновероятными, случайными или иным образом. С учётом того, что способ может выполняться многократно для каждой конкретной задачи, предпочтительно задавать функцию ожидания на оптимум случайным образом; это позволит находить оптимальные параметры разными путями, что повышает вероятность корректного нахождения. При этом, как следует из существа значений функции ожидания на оптимум (значение вероятности), её элементы не могут быть отрицательными. Для функционирования способа не требуется выполнять нормировку элементов функции ожидания на оптимум (приведение вероятностей к значениям, которые в сумме составляют 1).

Чтобы задать неотрицательный ТТ-тензор заданной размерности  $N_1, N_2, \dots, N_d$ , с постоянным рангом тензорного поезда  $R$ , достаточно создать  $d$  ТТ-ядер  $\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2, \dots, \mathcal{G}_d$  (трёхмерных тензоров) со случайными элементами из равномерного распределения на интервале  $(0, 1)$ .

Способ в соответствии с раскрытым изобретением также включает в себя этап, на котором задаётся (300) количество  $K$  предлагаемых наборов значений переменных и количество  $k$  отбираемых наборов значений переменных. Причём количество предлагаемых наборов значений переменных меньше количества возможных наборов значений переменных и больше количества отбираемых наборов значений переменных. Конкретные значения количества  $K$  предлагаемых наборов значений переменных и количества  $k$  отбираемых наборов значений переменных могут выбираться для каждой конкретной задачи. В ходе испытаний раскрытого метода были исследованы значения  $K$  от 50 до 250 и значения  $k$  от 5 до 25, как это представлено для решения задачи P-14 на фиг. 4. Сравнение относительной ошибки выполнения способа показало небольшую разницу в эффективности на данном диапазоне, поэтому испытания проводились при  $K=100$  и  $k=10$ . В иных задачах предпочтительными могут быть иные значения количества  $K$  предлагаемых наборов значений переменных и количества  $k$  отбираемых наборов значений переменных. В некоторых вариантах осуществления изобретения значения количества  $K$  предлагаемых наборов значений переменных и количества  $k$  отбираемых наборов значений переменных может по мере выполнения способа изменяться. Например, через некоторое количество выполненных итераций уточнения функции ожидания на оптимум количество  $K$  предлагаемых наборов значений переменных и/или количество  $k$  отбираемых наборов значений переменных могут быть уменьшены. Выбор количества  $K$  предлагаемых наборов значений параметров и количества  $k$  отбираемых наборов значений параметров может осуществляться системой из предварительно заданного диапазона или быть предварительно указан оператором, администратором или пользователем системы. Значения  $K$  могут составлять от 50 до 250, предпочтительные значения  $k$  могут составлять от 5 до 25.

Способ в соответствии с раскрытым изобретением включает в себя этап, на котором задаётся (400) критерий останова. Критерий останова необходим для обеспечения конечности выполнения итераций уточнения (500) функции ожидания на оптимум. Критерий останова может включать в себя максимальное количество выполняемых итераций, сходимость метода (например, когда предлагаемые наборы значений переменных повторяются в течение нескольких итераций этапа (500) уточнения функции ожидания на оптимум), а также другие условия и их комбинации. В ходе испытания для данного способа и для аналогов был задан критерий останова в виде максимального количества выполняемых итераций - 10 000.

Способ в соответствии с раскрытым изобретением включает в себя этап, на котором до выполнения заданного критерия останова итеративно выполняется этап уточнения (500) функции ожидания на оптимум. Этап уточнения (500) функции ожидания на оптимум представляет собой последовательность циклично выполняемых шагов, включающих в себя по меньшей мере шаги, на которых случайным образом с вероятностью, пропорциональной соответствующим значениям функции ожидания на оптимум, предлагается (501) заданное количество  $K$  предлагаемых наборов значений переменных; определяются (502) значения функции для предложенных  $K$  наборов значений переменных; на основе вычисленных значений функции из предложенных наборов значений переменных отбирается (503) заданное количество  $k$  отбираемых значений переменных, значения функции от которых наиболее оптимальны; параметры разложения тензорного поезда функции ожидания на оптимум уточняются (504) в предпочтительном варианте осуществления изобретения с использованием метода градиентного подъёма таким образом, чтобы значения функции ожидания на оптимум для отобранных наборов значений переменных повысились. Вместе с тем, при применении метода градиентного подъёма в силу особенностей метода также повышаются значения функции ожидания на оптимум для наборов значений переменных, близких к отобраным.

Способ в соответствии с раскрытым изобретением включает в себя этап, на котором определяются (600) оптимальные значения переменных функции и соответствующие им параметры технического объекта. Наборы значений параметров технического объекта соответствуют наборам значений переменных, а оптимальные параметры объекта соответствуют набору значений переменных, при которых достигается

ся оптимальное значение функции. Способ в некоторых вариантах осуществления включает в себя этап определения оптимума, в ходе которого определяется наиболее оптимальное значение функции. В некоторых вариантах осуществления этап определения оптимума может выполняться после завершения этапа уточнения (500) функции ожидания на оптимум и включать в себя определение значения функции на основании набора значений переменных, соответствующего максимальному значению функции ожидания на оптимум. В других вариантах осуществления этап определения оптимума может выполняться в ходе этапа уточнения (500) функции ожидания на оптимум путём фиксирования наиболее оптимальных значений из определённых на шаге определения (502) значений функции для предложенных наборов значений переменных.

В соответствии с раскрытым изобретением этап уточнения (500) ожидания на оптимум включает в себя шаг, на котором случайным образом с вероятностью, пропорциональной соответствующим значениям функции ожидания на оптимум, предлагается (501) заданное количество  $K$  наборов значений переменных.

$$\mathcal{P}_\theta: \mathcal{X}_K = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_K\}$$

Предложение (501) заданного количества  $K$  наборов значений переменных случайным образом с вероятностью, пропорциональной соответствующим значениям функции ожидания на оптимум, в предпочтительном варианте осуществления изобретения включает в себя процедуру семплирования из тензора в формате тензорного поезда. Так, чтобы сгенерировать мульти-индекс  $\mathbf{x}$  (или набор значений переменных) с вероятностью, пропорциональной соответствующему значению  $p = \mathcal{P}[\mathbf{x}]$  ТТ-тензора  $\mathcal{P}$  может быть использован подход, известный из источника [Sergey Dolgov et al. "Approximation and sampling of multivariate probability distributions in the tensor train decomposition". In: Statistics and Computing 30 (2020), стр. 603-625.]. Этот подход основан на последовательном вычислении одномерных условных плотностей вероятности с эффективным интегрированием в ТТ-формате. При этом алгоритм допускает дискретизацию в случае изначально ненормированного тензора, поэтому нам не нужно вычислять коэффициент нормализации.

В соответствии с раскрытым изобретением этап уточнения (500) ожидания на оптимум включает в себя шаг, на котором определяются (502) значения функции для предложенных наборов значений переменных.

$$y_1 = f(\mathbf{x}_1), y_2 = f(\mathbf{x}_2), \dots, y_K = f(\mathbf{x}_K)$$

Этап определения (502) значений функции для предложенных наборов значений переменных в предпочтительном варианте осуществления изобретения выполняется не путём аналитического вычисления этих значений, а путём выполнения к техническому объекту запроса, содержащего соответствующие наборы значений переменных, и определения характера функционирования технического объекта. Так, например, определение (502) значений функции для предложенных наборов значений переменных может включать в себя установку значений параметров технического объекта на уровне, соответствующем набору значений переменных, а по результату функционирования объекта при установленных параметрах определяется значение функции.

В соответствии с раскрытым изобретением этап уточнения (500) функции ожидания на оптимум включает в себя шаг, на котором на основе определённых значений функции из предложенных наборов значений переменных отбирается (503) заданное количество отбираемых значений переменных, значения функции от которых наиболее оптимальны. Индексы таких значений переменных можно представить следующим образом:

$$\mathcal{S} = \{s_1, s_2, \dots, s_k\}$$

В различных вариантах осуществления изобретения наиболее оптимальные параметры технического объекта могут характеризоваться минимумом или максимумом (оптимумом) функции, характеризующей поведения данного объекта.

В соответствии с раскрытым изобретением этап уточнения (500) ожидания на оптимум включает в себя шаг, на котором параметры разложения тензорного поезда функции ожидания на оптимум уточняются с использованием метода градиентного подъёма (Ruder, S. (2016). An overview of gradient descent optimization algorithms. arXiv preprint arXiv:1609.04747) таким образом, чтобы значения функции ожидания на оптимум для отобранных наборов значений переменных повысились. Это достигается путём применения нескольких шагов градиентного подъёма к следующему функционалу

$$\widehat{L}_\theta(\{x_{s_1}, x_{s_2}, \dots, x_{s_k}\}) = \sum_{i=1}^k \log(\mathcal{P}_\theta[x_{s_i}])$$

где  $\widehat{L}_\theta$  - это сумма логарифмов значений тензора функции ожидания на оптимум в отобранных  $k$  наборах переменных.

Значение шага градиентного подъёма  $\alpha$  (или скорости обучения - learning rate) может определяться

в зависимости от особенностей конкретной задачи и может составлять, например, от 0,0001 до 0,1. При этом градиентный подъём в некоторых случаях может выполняться на величину нескольких шагов, что не выходит за рамки раскрытого изобретения.

В некоторых вариантах осуществления изобретения уточнение ожидания на оптимум может выполняться путём сложения функции ожидания на оптимум с вспомогательным тензором, который, имея аналогичную размерность, равен во всех индексах нулю, кроме индексов кандидата на оптимум, ожидание для которого необходимо повысить. Для индексов кандидата на оптимум, ожидание для которого необходимо повысить, значение тензора может быть равно некоторому  $\delta$ , который определяет шаг уточнения ожидания на оптимум. В некоторых вариантах осуществления значения тензора в соседних (по отношению к индексам кандидата на оптимум, значение для ожидания на оптимум для которого необходимо повысить) индексах может также спадать от  $\delta$  до нуля. Операция сложения может выполняться путём поэлементного сложения в ТТ-формате. При сложении ранг тензора повышается, поэтому после этого необходимо выполнить операцию округления (Tensor-Train Decomposition, Oseledets I., SIAM Journal on Scientific Computing, (2011), 2295-2317, 33(5), 10.1137/090752286), чтобы снизить ранг до исходного значения.

Способ в соответствии с раскрытым изобретением может выполняться с помощью системы 1 определения оптимальных параметров технического объекта, функционирование которого может быть определено функцией от набора заданного количества дискретных переменных в известном множестве, при этом экстремум функции характеризует оптимальное функционирование объекта. При этом система в соответствии с раскрытым изобретением выполнена с возможностью задания (300) количества  $K$  предлагаемых наборов значений переменных и количества  $k$  отбираемых наборов значений переменных, причём количество предлагаемых наборов значений переменных меньше количества возможных наборов значений переменных и больше количества отбираемых наборов значений переменных. Также система выполнена с возможностями задания (400) критерия останова, задания (200) функции ожидания на оптимум случайным образом в форме разложения тензорного произведения в виде трёхмерных массивов. Кроме того, система выполнена с возможностью определения (600) оптимальных значений параметров технического объекта на основании набора значений переменных, значение функции при котором по результатам выполнения раскрытого способа, определено как оптимальное.

Система 1 в соответствии с настоящим изобретением также включает в себя носитель (10) функции ожидания на оптимум функции, выполненный с возможностью хранения функции ожидания на оптимум в форме разложения тензорного произведения в виде трёхмерных массивов в количестве, соответствующем количеству дискретных переменных, причём параметрами разложения тензорного произведения являются элементы трёхмерных массивов. В качестве носителя функции ожидания на оптимум может быть использовано любое постоянное или оперативное запоминающее устройство. При этом блок (50) уточнения функции ожидания на оптимум может быть выполнен с возможностью выполнения этапа задания (200) случайным образом функции ожидания на оптимум в виде в форме разложения тензорного произведения в виде трёхмерных массивов.

Система 1 в соответствии с настоящим изобретением также включает в себя блок (20) предложения наборов значений переменных выполненный с возможностью до выполнения заданного критерия останова итеративно предлагать заданное количество предлагаемых наборов значений переменных случайным образом с вероятностью, пропорциональной соответствующим значениям функции ожидания на оптимум, а также с возможностью последовательной передачи предлагаемых наборов значений переменных на блок определения значений функции. При этом для обеспечения возможности выполнения функции предложения наборов значений переменных блок (20) предложения наборов значений переменных выполнен с возможностью получения значений функции ожидания на оптимум с носителя (10) функции ожидания на оптимум. Для этого блок (20) предложения наборов значений переменных может быть соединён с возможностью получения данных от носителя (10) функции ожидания на оптимум. В качестве блока (20) может быть использована по меньшей мере одна электронно-вычислительная машина общего назначения, которая содержит машиноисполняемые инструкции, которые при выполнении их заставляют упомянутую электронно-вычислительную машину выполнять предложение наборов значений переменных и направление их блоку (30) определения значений функции в соответствии с раскрытым изобретением. При этом блок (20) предложения наборов значений переменных может быть соединён с возможностью передачи данных по проводному и/или беспроводному каналу связи с блоком (30) определения значения функции.

Система 1 в соответствии с раскрытым изобретением также включает в себя блок (30) определения значений функции, выполненный с возможностью определения значений функции для предложенных наборов значений переменных, а также с возможностью передачи определённых значений функции для каждого из предложенных наборов значений переменных блоку (40) сравнения значений функции. Для этого он может быть выполнен с возможностью приёма наборов значений функции от блока (20) предложения наборов значений функции, а также соединён с блоком (40) сравнения с возможностью передачи данных на блок (40) сравнения.

Предполагается, что система 1 в соответствии с раскрытым изобретением в рабочем состоянии свя-

зана с некоторым носителем (90) функции объекта. Такой носитель (90) функции объекта в некоторых вариантах осуществления может включать в себя сам технический объект, настройка которого является целью использования изобретения. В этих вариантах осуществления блок (30) определения значений функции может включать в себя измерительные устройства, позволяющие определить характер функционирования технического объекта, определяющий значение функции; и/или элементы управления, позволяющие задать набор параметров технического объекта, соответствующих предлагаемым наборам значений переменных. Кроме того, блок определения может включать в себя вычислительное устройство управления, которое выполнено с возможностью определения значения функции на основании полученных данных о функционировании технического объекта, а также с возможностью задания параметров технического объекта на основании предлагаемых наборов значений переменных.

В иных вариантах осуществления носителем (90) функции объекта может быть некое вычислительное устройство, которое выполнено с возможностью вычисления значения функции от набора значений переменных, определяющей функционирование технического объекта в зависимости от значений набора параметров технического объекта.

В соответствии с заявленным изобретением система 1 также содержит блок (40) сравнения, выполненный с возможностью отбора из предлагаемых  $K$  наборов значений переменных заданного количества  $k$  отбираемых наборов значений переменных, от которых значение функции наиболее оптимально, а также с возможностью передачи данных об отобранных наборах значений переменных блоку (50) уточнения функции ожидания. Блок (40) связан с возможностью приёма от блока (30) определения значений функции значений функции от предложенных  $K$  наборов значений переменных. Блок (40) может включать в себя по меньшей мере одну электронную вычислительную машину, которая содержит машиноисполняемые инструкции, которые позволяют из определённых значений функции из предложенных  $K$  значений переменных отбирать  $k$  наиболее оптимальных значений функции. Кроме того, блок (40) сравнения выполнен с возможностью передачи данных о наборах значений переменных, соответствующих отобранным  $k$  значениям функции блоку (50) уточнения функции ожидания. Для этого блок (40) сравнения может быть соединён с возможностью передачи указанных данных блоку (50) уточнения функции ожидания.

В соответствии с раскрытым изобретением система 1 включает в себя блок (50) уточнения функции ожидания, выполненный с возможностью уточнения параметров разложения тензорного поезда функции ожидания на оптимум с использованием метода градиентного подъёма таким образом, чтобы значения функции ожидания на оптимум для отобранных значений переменных повысились. Для обеспечения указанной возможности блок (50) уточнения функции ожидания на оптимум может включать в себя по меньшей мере одну электронно-вычислительную машину, выполненную с возможностью приёма данных о наборах значений переменных, соответствующих отобранным  $k$  значениям функции от блока (40) сравнения; с возможностью чтения и записи информации на носитель (10) функции ожидания на оптимум; а также содержащую машиноисполняемые инструкции, которые при их выполнении на электронно-вычислительной машине блока (50) уточнения функции ожидания на оптимум заставляют её уточнять параметры разложения тензорного поезда функции ожидания на оптимум, содержащейся на носителе (10) функции ожидания на оптимум, с использованием метода градиентного подъёма таким образом, чтобы значения функции ожидания на оптимум для отобранных значений переменных повысились.

В настоящем описании под блоками может подразумеваться как отдельные вычислительные машины, так и их группы. В отдельных вариантах осуществления функции нескольких блоков могут выполняться одной вычислительной машиной или группой вычислительных машин.

Для сравнения эффективности раскрытого способа с известными аналогами, все они были развёрнуты на вычислительной машине MacBook Pro 16' (Процессор - 6 ядерный Intel Core i7 2,6 ГГц; Графика: AMD Radeon PRO 5300M 4 Гб, Intel UHD Graphics 630, 1536 Мб; память 16 Гб 2667 MHz DDR4) в виде исполняемых скриптов на языке Python, и каждый из них протестирован на решении задач различных типов (всего 20 типов). Решённые задачи относились к следующим 4 группам в зависимости от типов функций, определяющих функционирование технического объекта.

1. Аналитические функции многих переменных (ANALYTIC FUNCTIONS), дискретизированные на равномерной сетке (рассматривается случай размерности 7 и числа узлов сетки 16): Ackley, Alpine, Exponential, Griewank, Michalewicz, Piston, Qing, Rastrigin, Schaffer, Schwefel. То есть всего 10 задач данного типа: P-1 - P-10.

2. Квадратичная бинарная оптимизация без ограничений (QUBO, рассматривается случай размерности 50): задача максимального разрезания случайного графа, задача о минимальном покрытии вершин графа, квадратичная задача о рюкзаке, задача о рюкзаке. То есть всего 4 задачи данного типа: P-11 - P-14.

3. Задача оптимального бинарного контроля (CONTROL) для обыкновенного дифференциального уравнения (рассматриваются случаи размерностей 25, 50 и 100). То есть всего 3 задачи данного типа.

4. Задача оптимального бинарного контроля с ограничениями (CONTROL+CONSTR.) для обыкновенного дифференциального уравнения (рассматриваются случаи размерностей 25, 50 и 100). То есть всего 3 задачи данного типа.

Результат решения задач сравниваемыми способами представлен в таблице на фигуре 5. Раскрытый

способ обозначен как PROTES (Probabilistic Optimization with Tensor Sampling). Жирным шрифтом выделены лучшие результаты решения каждой из задач. Для всех рассмотренных 20 задач бюджет ограничивался величиной 10000 запросов к носителю оптимизируемой (в данном случае - минимизируемой) функции и производилось округление результата оптимизации до первого знака после запятой, при этом предложенный метод в 19 случаях из 20 показал лучший результат. В то же время метод OnePlusOne дал лучший результат в 5 случаях, метод Particle Swarm Optimization - в 7 случаях, метод NoisyBandit - в 0 случаях, метод Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation - в 4 случаях, метод Portfolio - в 11 случаях. [Прим.: лучший результат (совпадающий) могут давать сразу несколько методов]. Таким образом, раскрытое изобретение имеет большую точность, чем известные.

Настоящее изобретение было подробно описано со ссылкой на отдельные варианты его осуществления, однако очевидно, что оно может быть осуществлено в различных вариантах, не выходя за рамки заявленного объема правовой охраны, определяемого формулой изобретения.

#### ФОРМУЛА ИЗОБРЕТЕНИЯ

1. Система определения оптимальных параметров технического объекта, функционирование которого может быть определено функцией от набора заданного количества дискретных переменных в известном множестве, при этом экстремум функции характеризует оптимальное функционирование объекта;

выполненная с возможностью задания количества предлагаемых наборов значений переменных, задания количества отбираемых наборов значений переменных, причём количество предлагаемых наборов значений переменных меньше количества возможных наборов значений переменных и больше количества отбираемых наборов значений переменных, а также с возможностями задания критерия останова, задания функции ожидания на оптимум случайным образом в форме разложения тензорного поезда в виде трёхмерных массивов в количестве, соответствующем количеству дискретных переменных, причём параметрами разложения тензорного поезда являются элементы трёхмерных массивов;

включающая в себя

носитель функции ожидания на оптимум, выполненный с возможностью хранения функции ожидания на оптимум в форме разложения тензорного поезда в виде трёхмерных массивов в количестве, соответствующем количеству дискретных переменных, причём параметрами разложения тензорного поезда являются элементы трёхмерных массивов;

блок предложения наборов значений переменных, выполненный с возможностью до выполнения заданного критерия останова итеративно предлагать заданное количество предлагаемых наборов значений переменных случайным образом с вероятностью, пропорциональной соответствующим значениям функции ожидания на оптимум, а также с возможностью последовательной передачи предлагаемых наборов значений переменных на блок определения значений функции;

блок определения значений функции, выполненный с возможностью определения значений функции для предложенных наборов значений переменных, а также с возможностью передачи определённых значений функции для каждого из предложенных наборов значений переменных блоку сравнения значений функции;

блок сравнения, выполненный с возможностью отбора из предлагаемых наборов значений переменных заданного количества отбираемых наборов значений переменных, от которых значение функции наиболее оптимально, а также с возможностью передачи данных об отобранных наборах значений переменных блоку уточнения функции ожидания;

блок уточнения функции ожидания, выполненный с возможностью уточнения параметров разложения тензорного поезда функции ожидания на оптимум таким образом, чтобы значения функции ожидания на оптимум для отобранных значений переменных повысились.

2. Система по п. 1, отличающаяся тем, что

определение оптимума включает в себя определение наиболее оптимального значения функции из вычисленных в ходе уточнения функции ожидания на оптимум.

3. Система по п. 1, отличающаяся тем, что

определение оптимума включает в себя определение значения функции по набору значений переменных, соответствующему наиболее оптимальному значению функции ожидания на оптимум.

4. Система по п. 1, отличающаяся тем, что

блок уточнения функции ожидания выполнен с возможностью уточнения параметров разложения тензорного поезда функции ожидания на оптимум с использованием метода градиентного подъёма.

5. Компьютерно-реализуемый способ определения оптимальных параметров технического объекта, функционирование которого может быть определено функцией от заданного количества дискретных переменных, принимающих значения в известном множестве, включающий в себя этапы, на которых

обеспечивается функция от набора заданного количества дискретных переменных, принимающих значения в известном множестве, которая характеризует данные о функционировании объекта, при этом экстремум функции характеризует оптимальное функционирование объекта;

случайным образом задаётся функция ожидания на оптимум в форме разложения тензорного пезда в виде трёхмерных массивов в количестве, соответствующем количеству дискретных переменных, причём параметрами разложения тензорного пезда являются элементы трёхмерных массивов;

задаётся количество предлагаемых наборов значений переменных и количество отбираемых наборов значений переменных, причём количество предлагаемых наборов значений переменных меньше количества возможных наборов значений переменных и больше количества отбираемых наборов значений переменных;

задаётся критерий останова;

до выполнения заданного критерия останова итеративно выполняется этап уточнения функции ожидания на оптимум;

определяются оптимальные наборы значений переменных и соответствующие им параметры технического объекта;

при этом этап уточнения ожидания на оптимум включает в себя следующие действия

случайным образом с вероятностью, пропорциональной соответствующим значениям функции ожидания на оптимум, предлагается заданное количество предлагаемых наборов значений переменных;

определяются значения функции для предложенных наборов значений переменных;

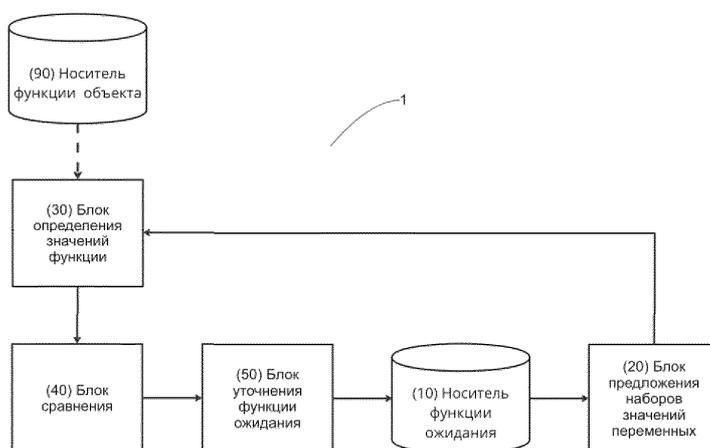
на основе определённых значений функции из предложенных наборов значений переменных отбирается заданное количество отбираемых значений переменных, значения функции от которых наиболее оптимальны;

параметры разложения тензорного пезда функции ожидания на оптимум уточняются таким образом, чтобы значения функции ожидания на оптимум для отобранных наборов значений переменных повысились.

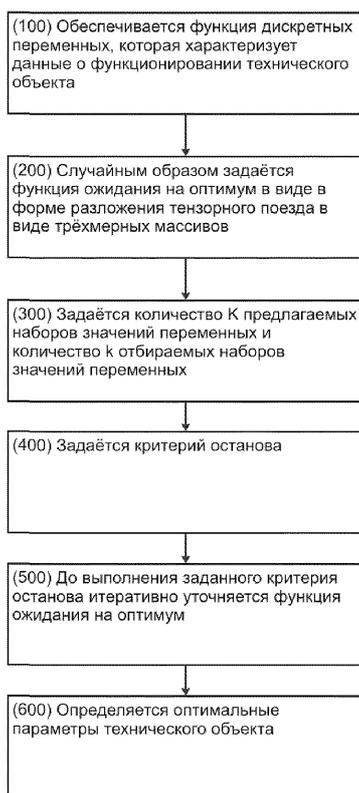
6. Способ по п.5, отличающийся тем, что включает в себя этап определения оптимума, причём определение оптимума включает в себя определение наиболее оптимального значения функции из вычисленных в ходе уточнения функции ожидания на оптимум.

7. Способ по п.5, отличающийся тем, что включает в себя этап определения оптимума, причём определение оптимума включает в себя определение значения функции по набору значений переменных, соответствующему максимальному значению функции ожидания на оптимум.

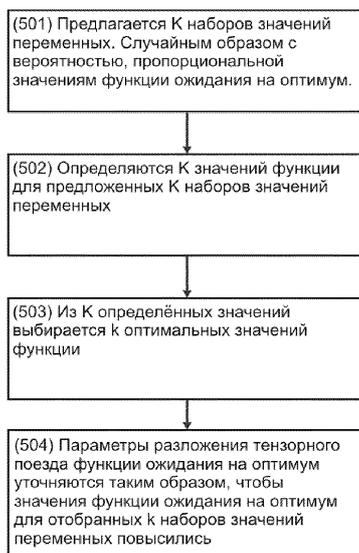
8. Способ по п.5, отличающийся тем, что параметры разложения тензорного пезда функции ожидания на оптимум уточняются с использованием метода градиентного подъёма.



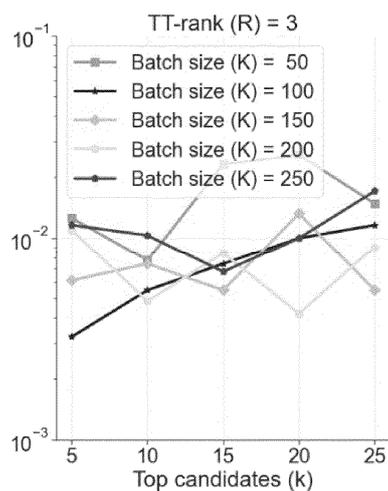
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

		PROTES	ONE+ONE	PSO	NOISY BANDIT	SPSA	PORTFOLIO
ANALYTIC FUNCTIONS	P-01	<b>1.3E+01</b>	<b>1.3E+01</b>	<b>1.3E+01</b>	2.1E+01	<b>1.3E+01</b>	<b>1.3E+01</b>
	P-02	<b>6.5E+00</b>	6.9E+00	6.8E+00	1.5E+01	7.5E+00	6.8E+00
	P-03	<b>-9.4E-01</b>	<b>-9.4E-01</b>	<b>-9.4E-01</b>	-3.5E-01	<b>-9.4E-01</b>	<b>-9.4E-01</b>
	P-04	<b>1.3E+00</b>	<b>1.3E+00</b>	<b>1.3E+00</b>	6.3E+00	<b>1.3E+00</b>	<b>1.3E+00</b>
	P-05	<b>-3.7E+00</b>	-2.6E+00	-3.0E+00	-1.8E+00	-1.2E+00	<b>-3.7E+00</b>
	P-06	<b>1.2E-01</b>	<b>1.2E-01</b>	<b>1.2E-01</b>	1.3E-01	4.2E-01	<b>1.2E-01</b>
	P-07	<b>6.2E+06</b>	6.3E+06	1.7E+07	2.2E+10	3.1E+08	<b>6.2E+06</b>
	P-08	<b>6.0E+01</b>	<b>6.0E+01</b>	<b>6.0E+01</b>	1.2E+02	1.0E+02	<b>6.0E+01</b>
	P-09	<b>2.7E+00</b>	3.0E+00	<b>2.7E+00</b>	2.9E+00	3.4E+00	<b>2.7E+00</b>
	P-10	<b>-8.7E+02</b>	-6.1E+02	-6.9E+02	7.0E+02	2.6E+03	-8.5E+02
QUBO	P-11	<b>-3.6E+02</b>	-3.2E+02	-3.4E+02	-3.2E+02	-3.3E+02	<b>-3.6E+02</b>
	P-12	<b>-5.9E+03</b>	-5.6E+03	<b>-5.9E+03</b>	-5.3E+03	<b>-5.9E+03</b>	<b>-5.9E+03</b>
	P-13	<b>-3.1E+00</b>	0.0E+00	1.5E+01	2.8E+02	-2.9E+00	-3.0E+00
	P-14	<b>-3.1E+03</b>	-2.6E+03	-3.0E+03	-2.7E+03	-3.0E+03	-3.0E+03
CONTROL	P-15	<b>6.7E-03</b>	8.4E-03	8.9E-03	3.1E-02	8.7E-02	7.3E-03
	P-16	<b>1.4E-02</b>	1.7E-02	1.7E-02	5.3E-02	5.2E-02	<b>1.4E-02</b>
	P-17	<b>3.0E-02</b>	4.8E-02	3.6E-02	7.7E-02	5.3E-02	3.7E-02
CONTROL +CONSTR.	P-18	1.4E-02	3.4E-02	6.2E-02	2.8E-01	6.4E-02	2.1E-02
	P-19	<b>6.4E-02</b>	FAIL	FAIL	FAIL	FAIL	FAIL
	P-20	<b>1.5E-01</b>	FAIL	FAIL	FAIL	FAIL	FAIL

Фиг. 5

